где $A[V(P_0)]_i$ и $A[V(P_0)]_e$ соответствующие предельные значения указанной производной при стремлении точки M к точке P_0 изнутри и извне Γ^+, а $\overline{A[V(P_0)]}$ — прямое значение конормальной производной.

Р. М. Асхатов, Ф. Г. Мухлисов (Казань)

О КРАЕВЫХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ ОДНОГО ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Пусть E_2^+ — полуплоскость $y > 0$ евклидовой плоскости E_2 точек (x, y), D^+ — конечная область в E_2^+, ограниченная жордановой кривой Γ^+ с концами в точках $A(a, 0)$, $B(b, 0)$ и отрезком $\Gamma^{(0)} = [a, b]$ оси Ox, $\widetilde{D^+} = D^+ \bigcup \Gamma^+$, $D_e^+ = E_2^+ \setminus \widetilde{D^+}$.

Рассмотрим уравнение

$$L(u) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + ky\frac{\partial u}{\partial y} - cu = 0 \qquad (0 < k < 1, c > 0). \quad (1)$$

При решении краевых задач для уравнения (1) существенным является построение его фундаментальных решений. Одно из них с особенностью в точке $M_0(x_0, y_0)$ имеет вид:

$$w(x, y; x_0, y_0) = \frac{1}{2\pi} y_0^{\frac{k-1}{2}} y^{\frac{1-k}{2}} K_0(\lambda r), \quad (2)$$

где $\lambda^2 = c + \frac{(1-k)^2}{4}$, $K_0(t)$ — функция Макдональда, $r^2 = (x - x_0)^2 + \ln^2 \frac{y}{y_0}$. Известно, что $K_0(t)$ при $t \to \infty$ экспоненциально убывает. Поэтому фундаментальное решение (2) удовлетворяет следующим условиям:

$$\lim_{r\to\infty} w = 0, \quad \lim_{y\to 0} w = 0, \quad \lim_{y\to 0} \frac{\partial w}{\partial y} = 0. \quad (3)$$

Для уравнения (1) доказаны существование и единственность решения следующих задач:

Задача D_i. *Найти решение уравнения* (1) *в области* D^+, *непрерывное в* $\overline{D^+}$ *и удовлетворяющее граничным условиям*

$$u|_{\Gamma^+} = \varphi(P), \quad P \in \Gamma^+, \qquad u|_{\Gamma^{(0)}} = 0.$$

Задача D_e. *Найти решение уравнения* (1) *в области* D_e^+, *непрерывное в* $\overline{D_e^+}$, *равное нулю на бесконечности и удовлетворяющее граничным условиям*

$$u|_{\Gamma^+} = \varphi(P), \quad P \in \Gamma^+, \qquad u|_{\Gamma_e^{(0)}} = 0.$$

Задача N_i. *Найти решение уравнения* (1) *в области* D^+, *непрерывно дифференцируемое в* $\overline{D^+}$ *и удовлетворяющее граничным условиям*

$$A[u]\Big|_{\Gamma^+} = f(P), \quad P \in \Gamma^+, \qquad \frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{\Gamma^{(0)}} = 0.$$

Задача N_e. *Найти решение уравнения* (1) *в области* D_e^+, *непрерывно дифференцируемое в* $\overline{D_e^+}$, *равное нулю на бесконечности и удовлетворяющее граничным условиям*

$$A[u]\Big|_{\Gamma^+} = f(P), \quad P \in \Gamma^+, \qquad \frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{\Gamma_e^{(0)}} = 0.$$

Е. Ф. Аюпова (Казань)

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ДВУМЕРНОГО СЛАБО СИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО РОДА

Рассматривается двумерное слабо сингулярное интегральное уравнение (с.и.у.) первого рода с логарифмическим ядром вида

$$Ax \equiv \frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} \ln\left|\sin\frac{s-\sigma}{2}\right| \ln\left|\sin\frac{t-\tau}{2}\right| x(\sigma,\tau)\,d\sigma d\tau + \\ + \frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi} h(s-\sigma,t-\tau)x(\sigma,\tau)\,d\sigma d\tau = y(s,t), \tag{1}$$

здесь $h(s,t), y \equiv y(s,t)$ — известные непрерывные 2π-периодические функции по каждой из переменных, $x(\sigma,\tau)$ — искомая